



Cérémonie de réception des nouveaux membres – Le 23 juin 2015

Représenter les structures de l'information

Stéphane MALLAT, *membre de l'Académie des sciences*

Un des rêves du traitement de l'information par ordinateur est d'atteindre les capacités cognitives de notre cerveau. Ce qui me semblait être de la pure science-fiction, il y a encore quelques années, devient progressivement une réalité. En traitant des masses gigantesques de données, les ordinateurs sont maintenant capables de déduire des informations très sophistiquées. Les applications explosent, pour la médecine, l'industrie, l'analyse de comportements sociaux ou individuels. Au-delà des applications, ce tsunami de données ouvre des perspectives scientifiques considérables, que je voudrais évoquer à travers mon parcours.

Les problèmes de traitement de l'information mettent en jeu des millions de paramètres, dont les variations sont extraordinairement complexes. C'est, par exemple, le cas des pixels d'une image, des mots d'un livre, ou des atomes d'un matériau composite. Analyser l'information, c'est faire le lien entre des données et une question, par exemple reconnaître un visage ou prédire un comportement. Si la question est complexe, la réponse dépend d'énormément de facteurs qu'il faut découvrir. Les statistiques donnent un cadre mathématique pour comprendre comment agréger ces facteurs, pour réduire l'incertitude sur la réponse. La difficulté principale est de trouver les structures élémentaires qui portent une information utile.

Une première idée naturelle est de comprimer les données sur un nombre minimum de paramètres, sur lesquels on peut ensuite se concentrer. L'introduction des ondelettes a notamment été motivée par ce principe. Les ondelettes, ressemblent à des notes de musiques, qui peuvent représenter efficacement les phénomènes transitoires d'un son, d'une image ou de toute autre quantité. Elles ont été inventées et réinventées dans de nombreux contextes, depuis le traitement de l'image jusqu'à la géophysique, en passant par la mécanique quantique. En mathématiques, c'est Yves Meyer qui, par sa créativité et son non-conformisme, a donné toute sa dimension à ce nouveau domaine, en commençant par découvrir les premières bases orthogonales d'ondelettes.

Personnellement, je pratique les mathématiques par un aller-retour avec les applications, qui sont mes principales sources d'inspiration. La compréhension des structures générales des bases d'ondelettes est venue des principes de traitement d'images à des résolutions multiples. J'ai fait mon doctorat aux États Unis avec Ruzena Bajcsy qui est un des pionniers extraordinaires de la vision par ordinateur. Yves Meyer a accueilli cette nouvelle approche avec son enthousiasme généreux, et ces multi résolutions nous ont permis d'établir une théorie générale pour construire et comprendre toutes les bases d'ondelettes. En retour, ces mathématiques m'ont aussi amené à développer l'algorithme de transformée en ondelettes rapides, qui a débouché sur de nombreuses applications dont la plus visible est le standard de compression d'images JPEG-2000.



Pourtant ces transformées en ondelettes se sont avérées insuffisante pour analyser des informations complexes. Une première difficulté était de représenter les propriétés géométriques des signaux, comme les contours d'objets dans une image. De retour en France, à l'École Polytechnique, nous avons étudié ces problèmes avec des étudiants de doctorat dont l'imagination et le talent sont au cœur de ces travaux. C'est ainsi que sont apparus les dictionnaires de bandelettes, qui sont des fonctions mathématiques qui s'allongent en épousant la géométrie des images. Les résultats nous ont menés jusqu'à la création d'une start-up, pour augmenter la résolution des images de télévisions haute définition. Malgré leurs applications industrielles, ces techniques ne pouvaient toujours pas résoudre des problèmes d'analyse de données en grande dimension. Par analyser je veux dire reconnaître, un chat, un chien, une musique, ou trouver le sujet d'un texte. La difficulté principale est de contrôler la variabilité des structures dans des espaces de grande dimension. Il y avait encore trop de paramètres. C'est ce que l'on appelle la « malédiction de la dimensionnalité ». Au début des années 2000, résoudre ces problèmes semblait hors de portée pour tout le monde.

Comme c'est souvent le cas, les idées clefs sont venues d'expérimentations, non pas physiques mais informatiques. Un peu comme un enfant, un ordinateur n'apprend pas avec des règles mais en s'adaptant aux exemples fournis, et il en faut énormément. Avec l'augmentation des capacités de calculs et l'utilisation de beaucoup plus de données, certains algorithmes ont commencé à obtenir des résultats remarquables, sans que l'on comprenne pourquoi. Parmi ceux-là, on trouve les réseaux de neurones artificiels, qui propagent l'information dans un réseau complexe d'opérations non-linéaires. Chose inimaginable il y a 5 ans, ces algorithmes sont maintenant capables d'analyser des images, reconnaître la parole, analyser du langage naturel ou des données de toutes sortes. Ils sont devenus plus efficaces que notre propre cerveau pour certaines tâches comme la reconnaissance de visages. Ces réseaux de neurones éclatent l'information, en une myriade de structures élémentaires, très invariantes. On a vu aussi réapparaître les ondelettes dans ces réseaux de neurones, tout comme on les avait trouvés en neurosciences dans le cortex visuel et dans la cochlée auditive.

Pour combattre la malédiction de la dimensionnalité, on comprend maintenant que l'analyse d'informations doit trouver le plus possible d'invariants. Un chat va rester un chat même s'il bouge, sa nature est invariante dans l'espace et dans le temps. L'importance des invariants est bien connue en physique, et ce sujet est au cœur de la géométrie et de la théorie des groupes en mathématiques. Cependant, nous avons eu la surprise de réaliser que ces réseaux de neurones, introduisent des nouveaux types d'invariants, capables de capturer une grande complexité.

La complexité des systèmes physiques, biologiques ou sociaux, vient de l'interaction de structures à des échelles très différentes. Cela peut aller du niveau atomique, jusqu'aux échelles macroscopiques ou cosmiques. Quelques atomes peuvent profondément modifier les propriétés macroscopiques d'un matériau. La complexité de l'analyse d'information vient de ces interactions entre échelles différentes. Ainsi, notre sensibilité musicale intègre toutes les échelles temporelles, depuis la légèreté quasi-instantanée du touché des notes de piano, jusqu'aux structures globales d'une sonate. Pour reconnaître un interprète, pour analyser un



fluide turbulent, ou un système social, il faut trouver des invariants, qui reflètent les interactions des phénomènes à des échelles différentes. Il est frappant de voir que les mêmes types d'invariants permettent d'analyser une image, reconnaître un instrument, ou calculer l'énergie quantique d'une molécule, sans connaissance physique, mais avec beaucoup d'exemples.

Le rêve, puisque j'ai commencé par-là, c'est de dégager des principes mathématiques qui sous-tendent l'organisation de structures dans de domaines très différents comme la vision, l'audition, le langage, des systèmes physiques complexes, des réseaux sociaux, et pourquoi pas en lien avec les neurosciences. Cela ressemble de nouveau à de la science-fiction, mais de plus en plus de résultats expérimentaux pointent dans cette direction, et beaucoup y travaillent. Bien sûr, on ne sait jamais sur quoi débouche un rêve. Cependant, il est clair que le traitement de données massives va avoir un impact de plus en plus profond, non seulement sur les sciences y compris les sciences humaines, mais aussi sur l'industrie et la société dans son ensemble. Je pense qu'il faut en prendre conscience, pour profiter de ces nouveaux outils d'accès à la connaissance, et anticiper les bouleversements qui en résulteront.