



Cérémonie du 29 mai 2018

Allocution de Jean-Loup Waldspurger Les formes automorphes hier et aujourd'hui

Elu dans la section de Mathématique

Mesdames, Messieurs,

Je vais vous parler de mon parcours mathématique et de l'évolution de mon domaine de travail depuis mes débuts. Celui-ci est la théorie des formes automorphes, ou encore des formes modulaires. Ses racines sont lointaines mais elle a commencé à ressembler à ce qu'elle est aujourd'hui avec Hecke, dans les années 1930. Elle relève principalement de l'arithmétique mais se situe à la jonction d'autres théories : fonctions analytiques, géométrie algébrique et théorie des groupes. Je m'y suis investi dès ma thèse, que j'ai effectuée sous la direction de M.-F. Vignéras. Celle-ci a été pour moi une excellente directrice de thèse. J'ai eu la chance de pouvoir suivre pendant une quinzaine d'années le cours que donnait J.-P. Serre au Collège de France. Il abordait des sujets arithmétiques assez divers, concernant la plupart du temps les formes modulaires et j'y ai beaucoup appris.

Lorsque j'ai débuté, la théorie des formes automorphes était en plein bouleversement. On l'avait reformulée dans le langage dit adélique et dans le cadre de la théorie des groupes. Langlands surtout avait imaginé la notion duale de L-groupe. On connaissait depuis longtemps les liens unissant formes automorphes et représentations de groupes de Galois. Mais l'introduction des L-groupes a permis de formuler ces liens de façon beaucoup plus compréhensible et beaucoup plus générale. Langlands a ainsi énoncé de vastes conjectures qui structurent aujourd'hui la théorie et qui resteront sans doute encore longtemps le but à atteindre. C'est une chance pour un jeune chercheur de débiter dans une théorie en plein renouvellement. Des perspectives sont ouvertes et il y a beaucoup de travail à faire. On peut démontrer des résultats à la fois intéressants et pas trop difficiles.

J'ai particulièrement travaillé sur le programme que Langlands a formulé aux alentours de 1980, qui est appelé l'endoscopie. L'élaboration de cette théorie s'est faite un peu comme un travail d'équipe, chacun traitant une partie du problème, certains en traitant évidemment plus



que d'autres. A propos de travail d'équipe, je dois dire que j'ai souvent collaboré avec C. Moeglin, ce qui m'a été très précieux. L'un de nos derniers travaux communs a été la rédaction de deux volumes traitant de la stabilisation de la formule des traces tordue. Il y a 1300 pages, c'est très complet et cela illustre la lourdeur de la théorie des formes automorphes. J'ai souvent travaillé dans le sillage du mathématicien canadien Arthur. Celui-ci a introduit de nombreuses idées dont j'ai fait fructifier quelques-unes. Mon expérience est que le travail d'un mathématicien, du moins d'un mathématicien d'envergure moyenne, est de comprendre quels sont les problèmes qu'il peut espérer résoudre avec les outils dont il dispose. Je prendrai l'exemple qui me concerne de la conjecture locale de Gross-Prasad. Le calcul d'un cas particulier m'a convaincu que l'on pouvait l'aborder avec les méthodes qu'avait développées Arthur dans ses travaux sur la formule des traces. Je connaissais bien celles-ci et de fait, elles m'ont permis de résoudre cette conjecture.

La théorie de l'endoscopie est maintenant au point. Elle reste riche d'applications potentielles mais elle n'est plus un sujet porteur. La théorie automorphe se développe aujourd'hui dans d'autres directions, par exemple celle des représentations p-adiques ou le programme de Langlands relatif initié par Jacquet. Plusieurs de mes anciens étudiants contribuent d'ailleurs efficacement au programme en question. Pour terminer par une note déprimante, ainsi qu'il convient, je constate que ces thèmes de recherche sont de plus en plus spécialisés. Pour prendre les deux domaines que je viens de citer, je soupçonne que les spécialistes de l'un ne comprennent pas grand-chose à l'autre. Cette spécialisation grandissante étant générale, elle est sans doute inévitable et ce doit être le prix à payer pour aborder les problèmes les plus difficiles. Elle est tout de même préjudiciable et il serait bon de trouver comment y remédier.

Je vous remercie.